

Administratif

- examen : 1 calculatrice, 2 pages de formulaire manuscrite
- matheval.epfl.ch : vous pouvez vérifier votre niveau en maths, et agir en conséquence
- test bonus : début novembre un test comme le vrai examen, qui ajout 0.5 note si très bien réussi (5.5 ou 6.0), et 0.25 si bien réussi (4.5 ou 5.0)

Cinématique

- Décrire le mouvement sans comprendre les causes
- Trouver la relation entre position, vitesse et accélération
- Trouver ces deux dernières à partir de la position : la dérivée
- Etablir la position en connaissant l'accélération, la vitesse et la position initiale : l'intégrale

Mouvement unidimensionnel

Décrire le mouvement

=

Connaitre la position a tout
moment

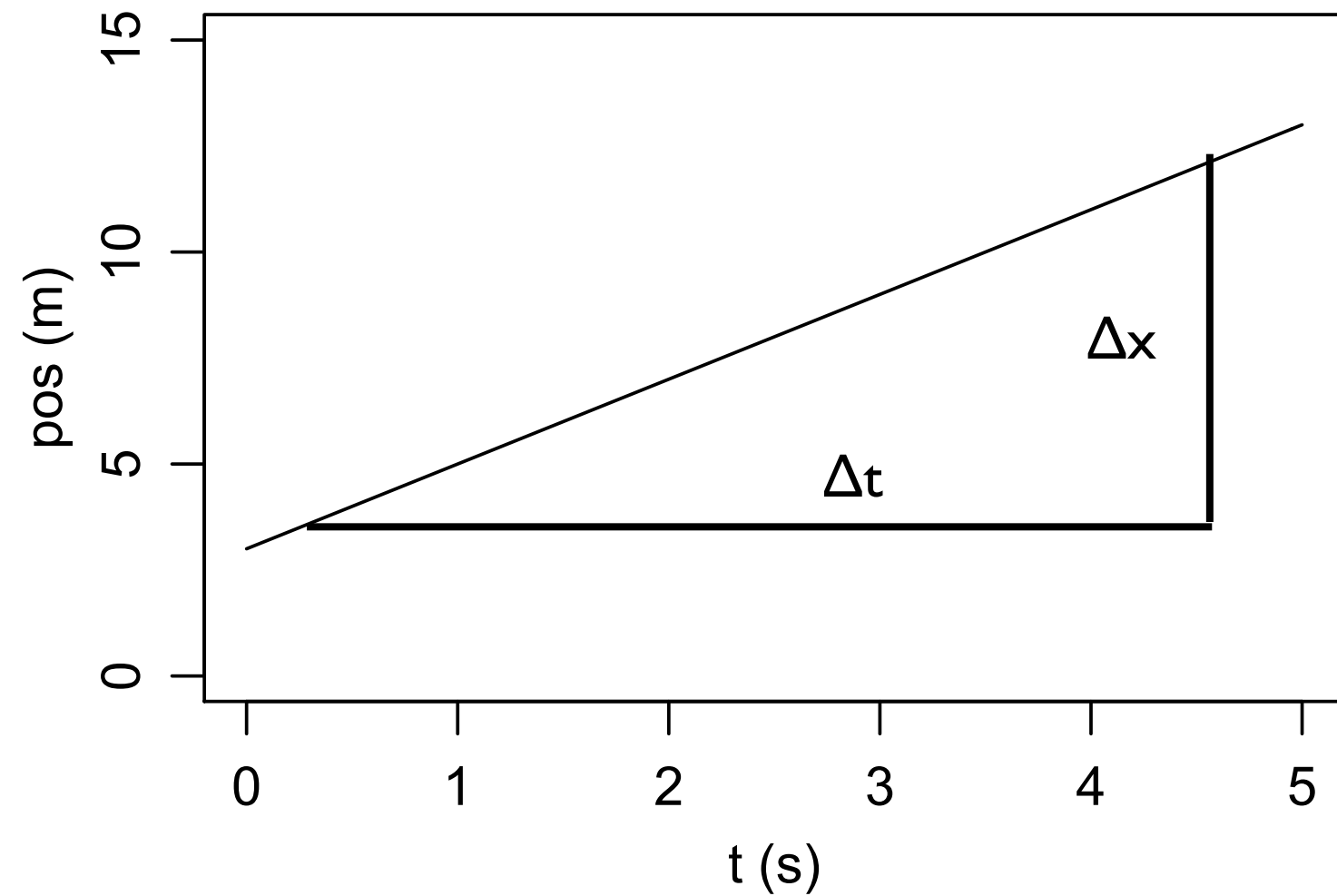
~

$x(t)$ pour $\forall t$.

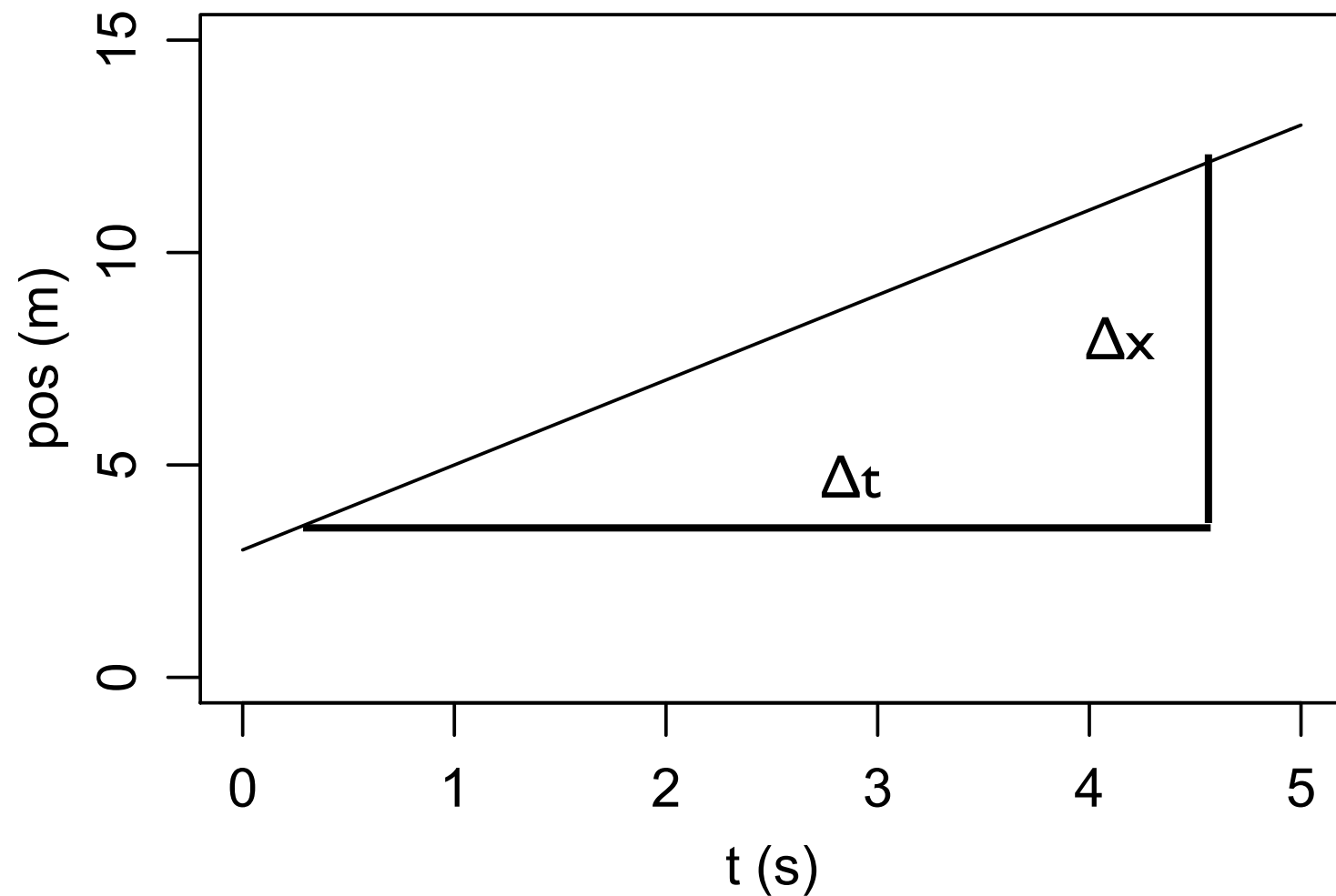
Quantités d'intérêt

- la position
- la vitesse moyenne
- la vitesse instantanée
- l'accélération instantanée
- (l'accélération moyenne)

Mouvement rectiligne uniforme



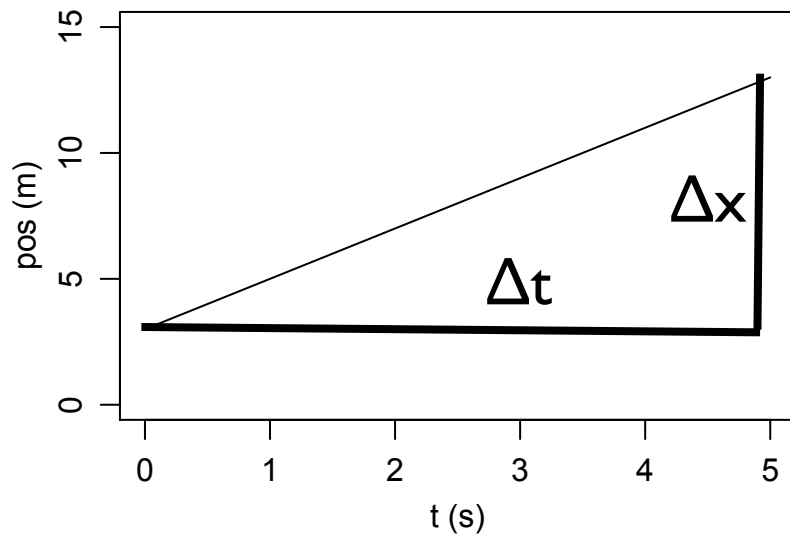
Mouvement rectiligne uniforme



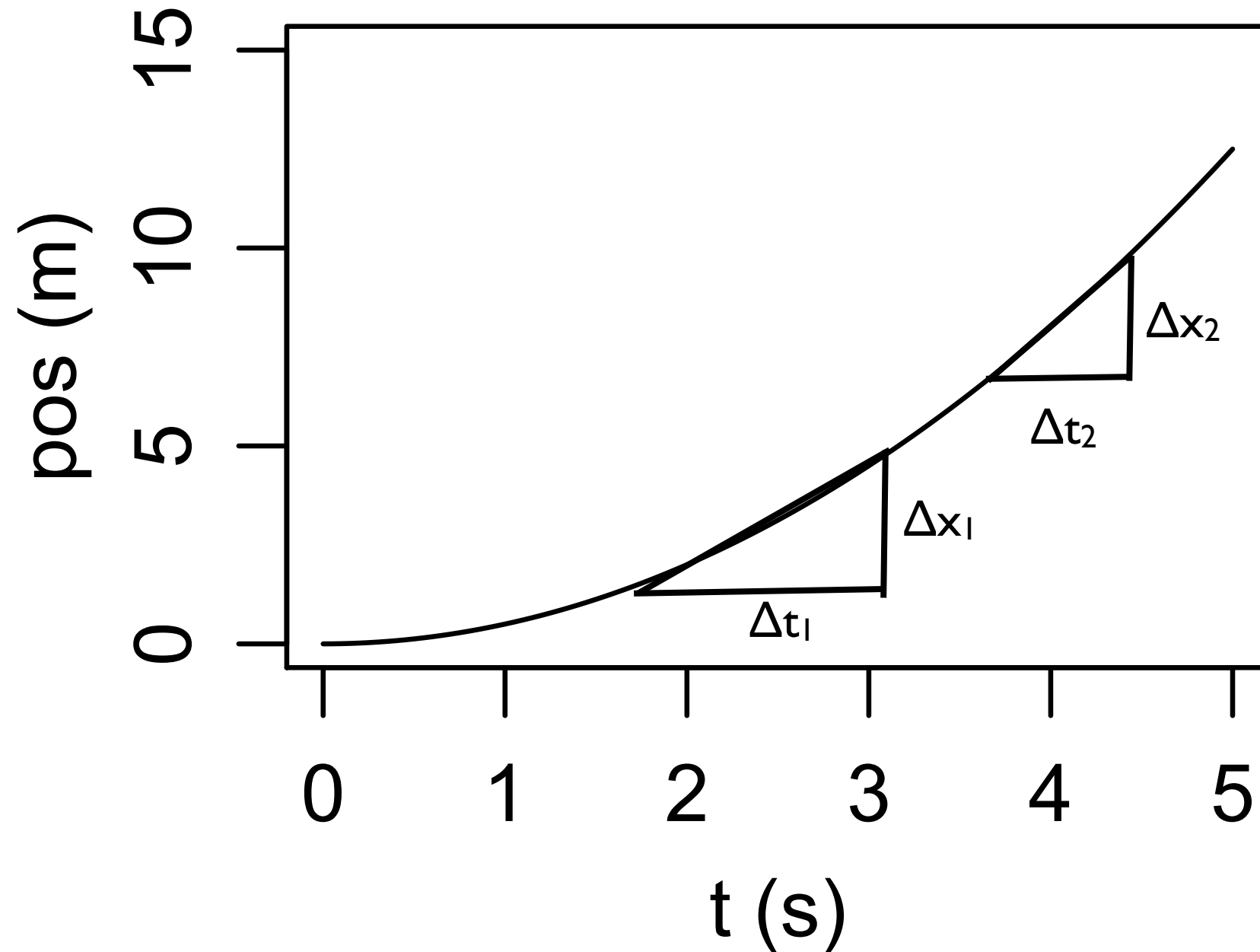
$$\langle v \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Mouvement rectiligne uniforme

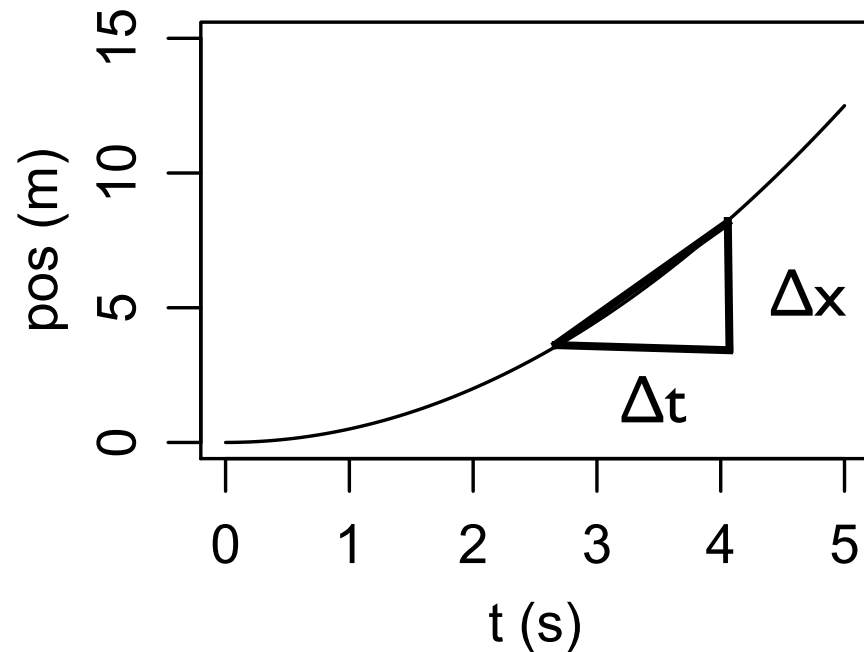
La position varie linéairement avec le temps : $x(t)=2t+3$



Mouvement rectiligne non-uniforme

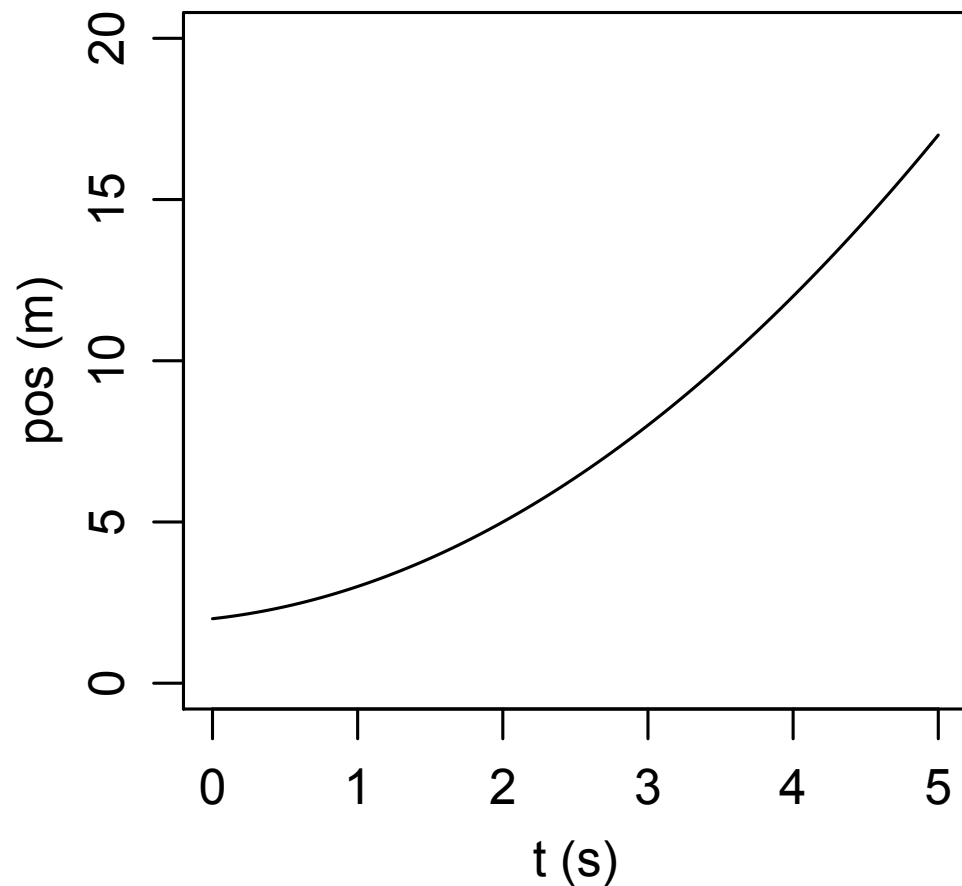


Mouvement rectiligne uniformément accéléré I



Une example : la position
varie quadratiquement avec
le temps : $x(t)=0,5t^2$.
! unités, le 0,5 est en m/s^2 !

La tangente d'une courbe et la dérivée



Dans la limite $\Delta t \rightarrow 0$, la ligne verte épouse la courbe, et devient sa tangente. Par définition, la dérivée donne la pente de la ligne tangente. Cette quantité est la tangente de l'angle qui fait la ligne tangente avec l'horizontale. (C'est l'origine de son nom)

Quelques règles importantes pour calculer la dérivée:

$$x = c \Rightarrow \frac{dx}{dt} = 0$$

$$x = t^c \Rightarrow \frac{dx}{dt} = ct^{c-1}$$

$$x = e^t \Rightarrow \frac{dx}{dt} = e^t$$

$$x = \ln(t) \Rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{1}{t}$$

$$x = \cos(t) \Rightarrow \frac{dx}{dt} = -\sin(t)$$

$$x = \sin(t) \Rightarrow \frac{dx}{dt} = \cos(t)$$

soit $u(t)$ et $v(t)$, a et b constantes

$$x = au(t) + bv(t) \Rightarrow \frac{dx}{dt} = a \frac{du}{dt} + b \frac{dv}{dt}$$

$$x = f(u(t)) \Rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{df}{du} \frac{du}{dt}$$

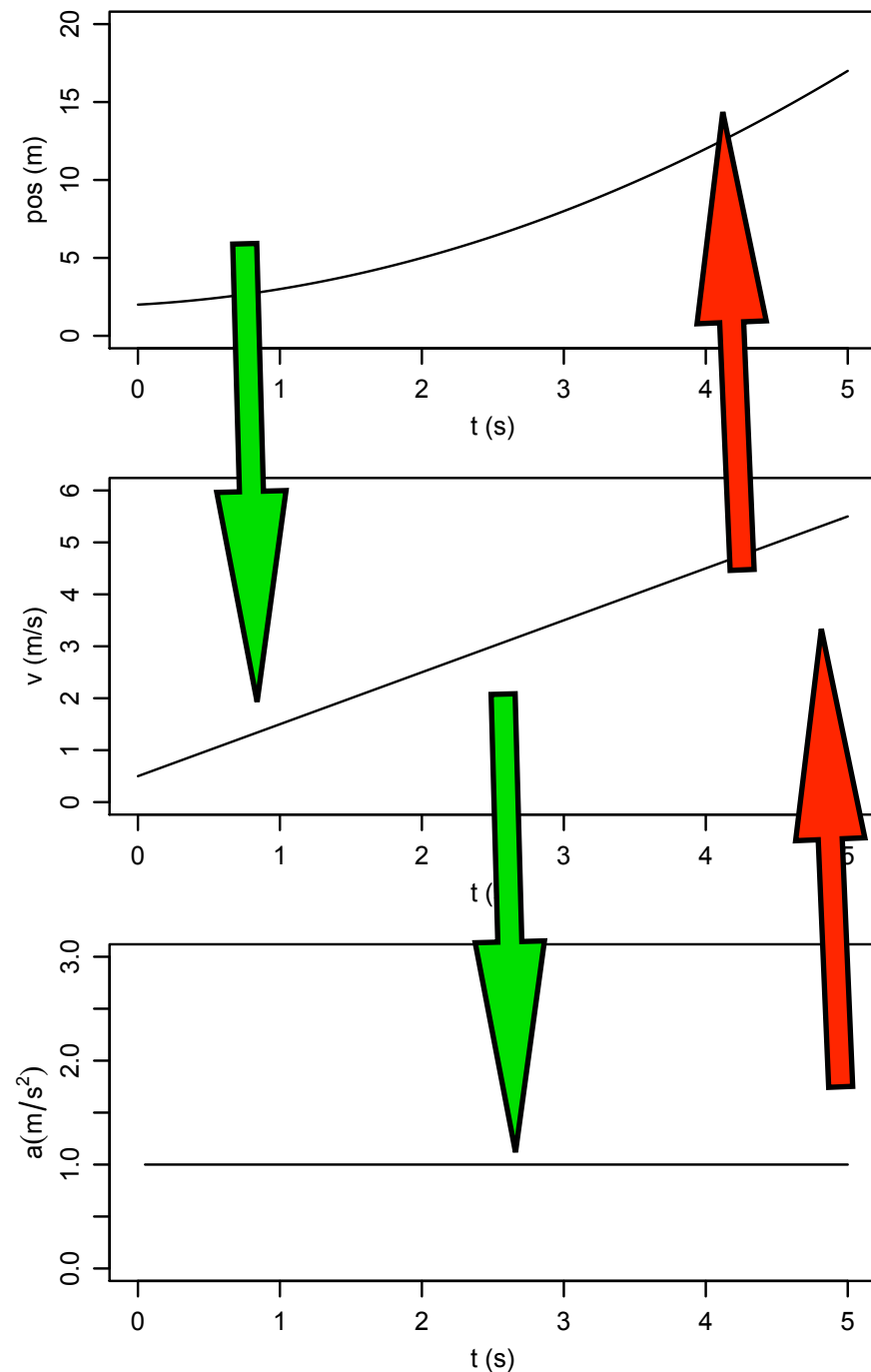
$$x = u(t)v(t) \Rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{du}{dt}v + \frac{dv}{dt}u$$

$$\frac{d}{dt} \frac{dx}{dt} =: \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$\frac{dx}{dt} == \dot{x} \quad \frac{d^2x}{dt^2} == \ddot{x}$$

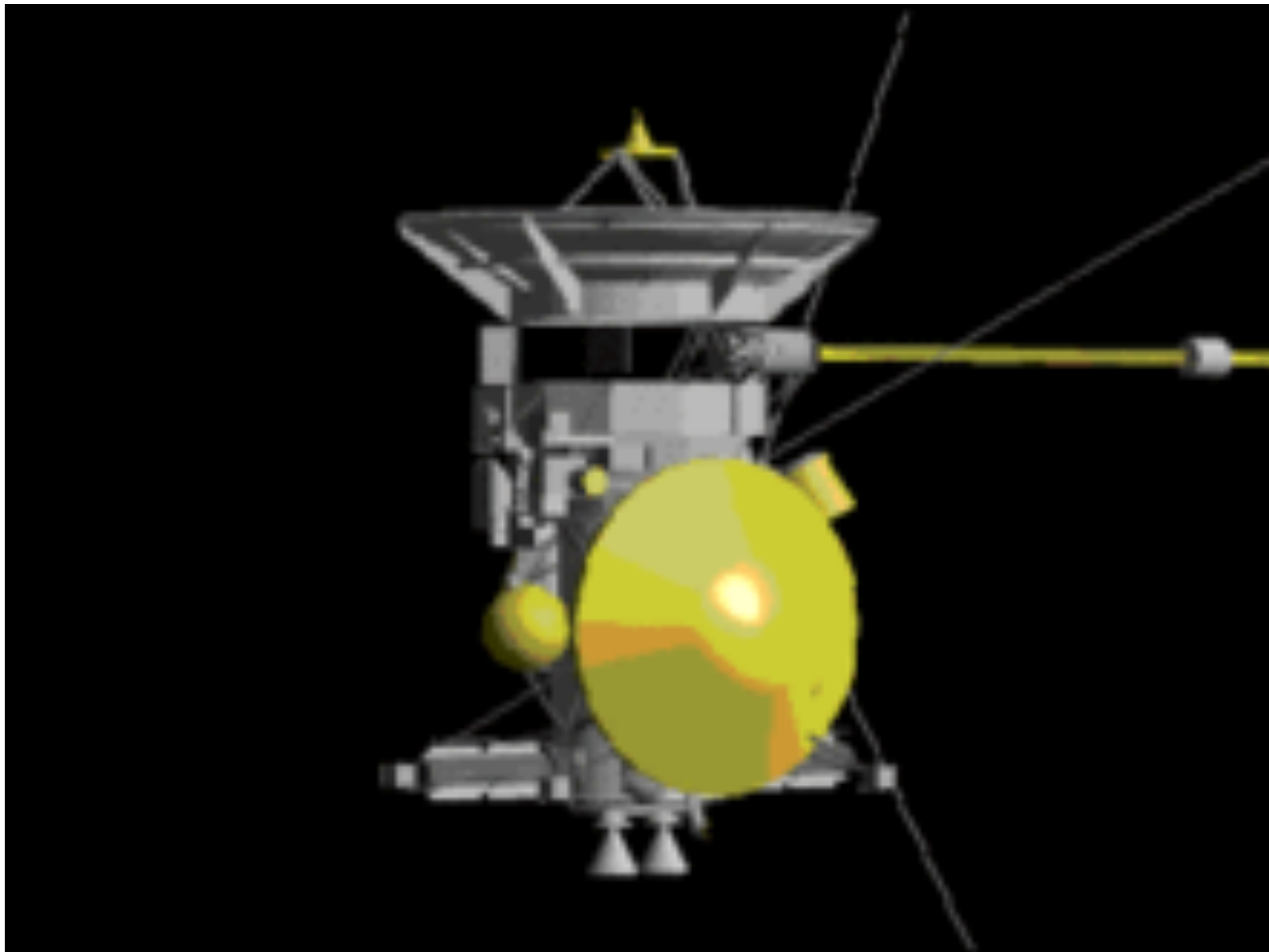
$$v = \dot{x} \quad a = \ddot{x}$$

Position, vitesse, accélération

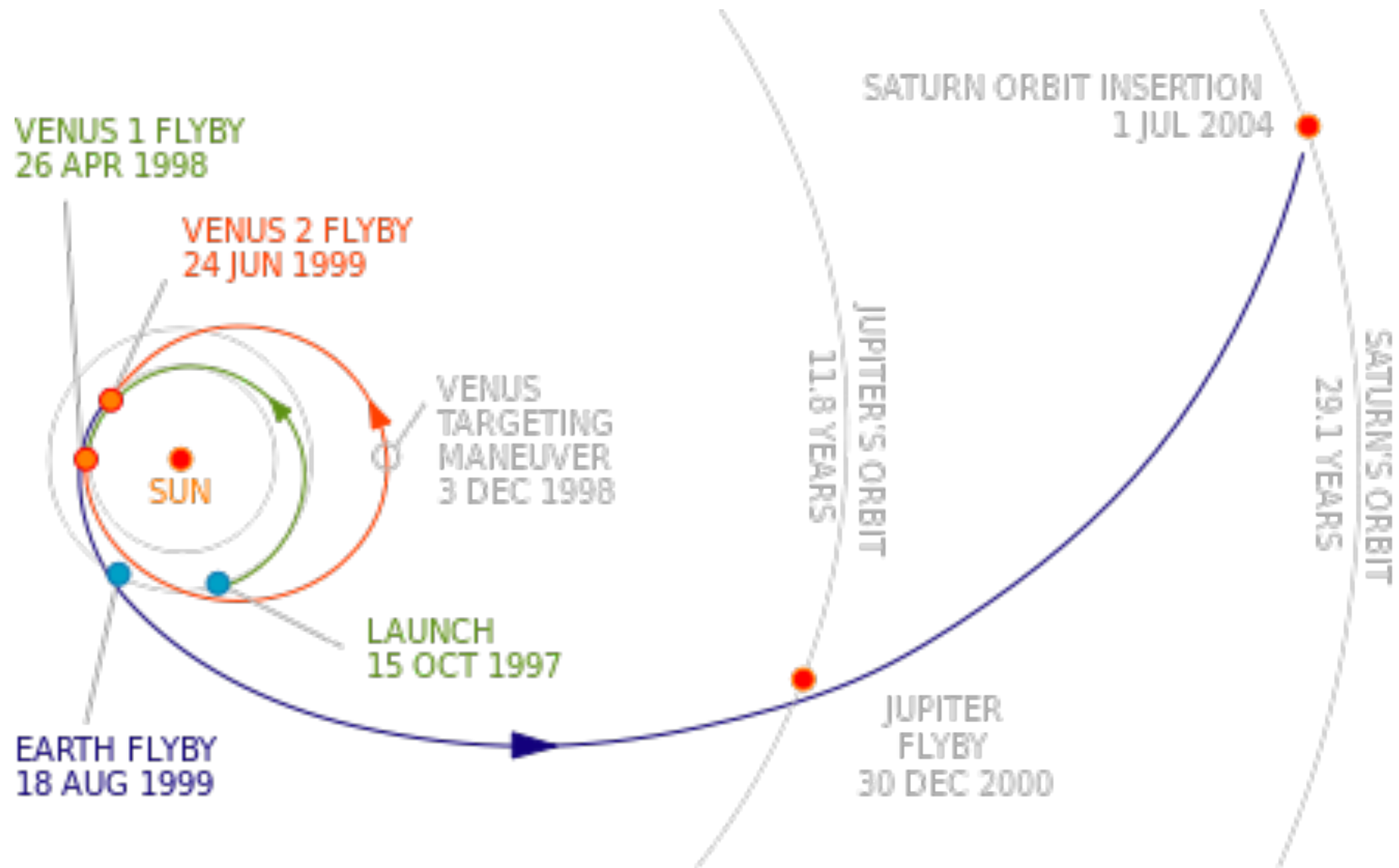


- Si on connaît $x(t)$, déterminer $v(t)$ et $a(t)$ est un exercice très simple : il suffit de calculer la dérivée temporelle.
- Le problème inverse, déterminer la vitesse et le déplacement à partir de l'accélération, est beaucoup plus compliqué.

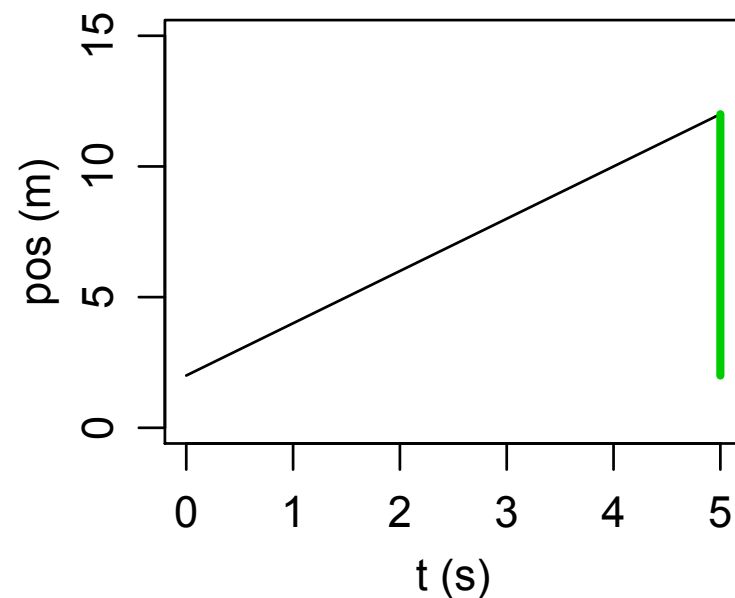
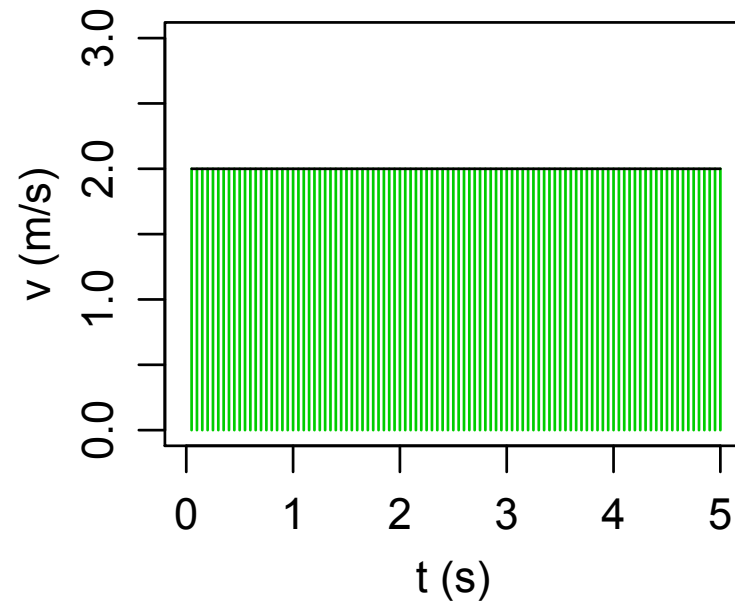
Comment le Cassini-Huygens a été envoyé si loin?



Comment le Cassini-Huygens a été envoyé si loin?



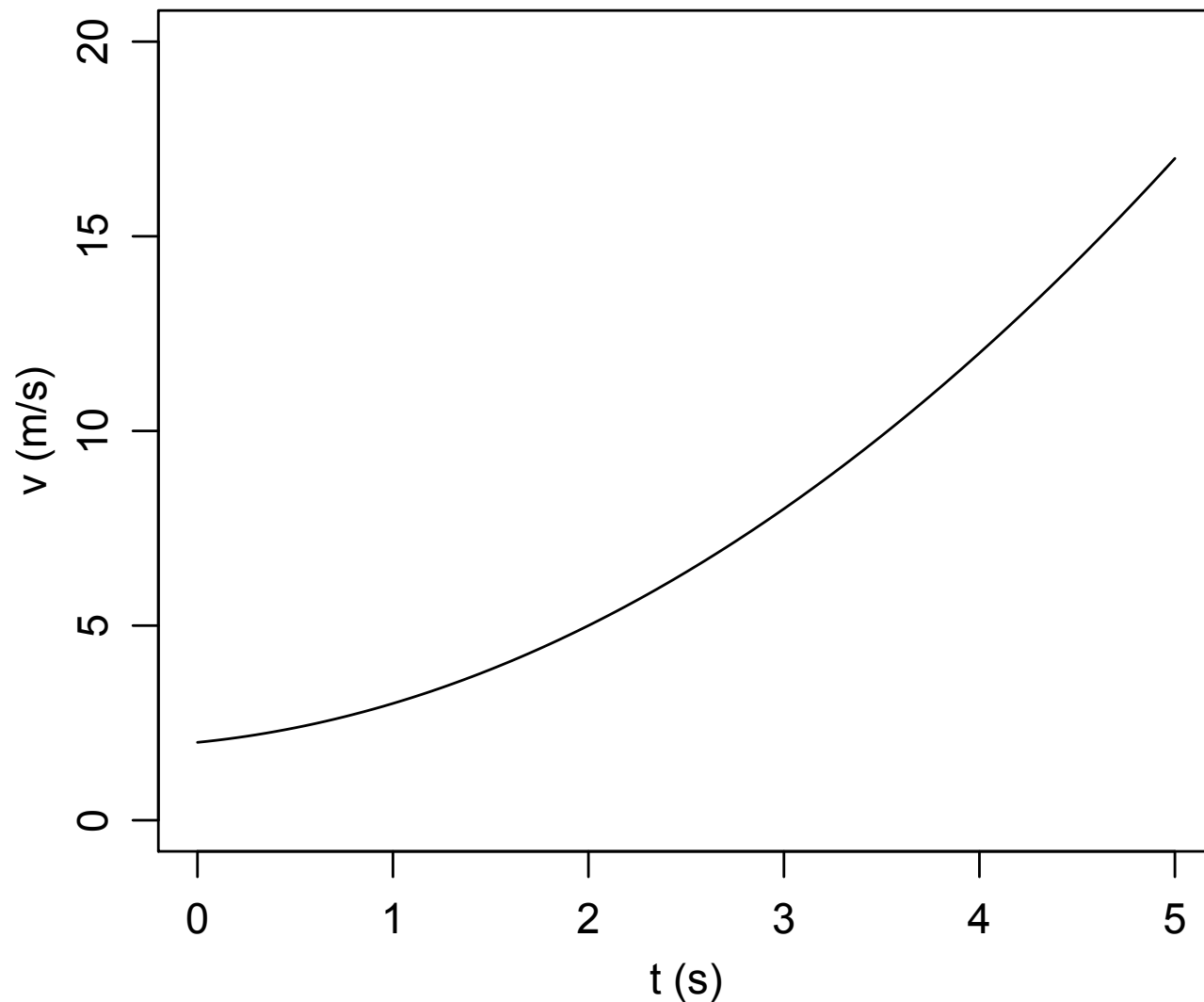
Déterminer le déplacement à partir de la vitesse



- Si la vitesse v_0 est constante, le chemin parcouru en temps t est $v_0 t$.
- La position est donc la position initiale, plus le chemin parcouru.

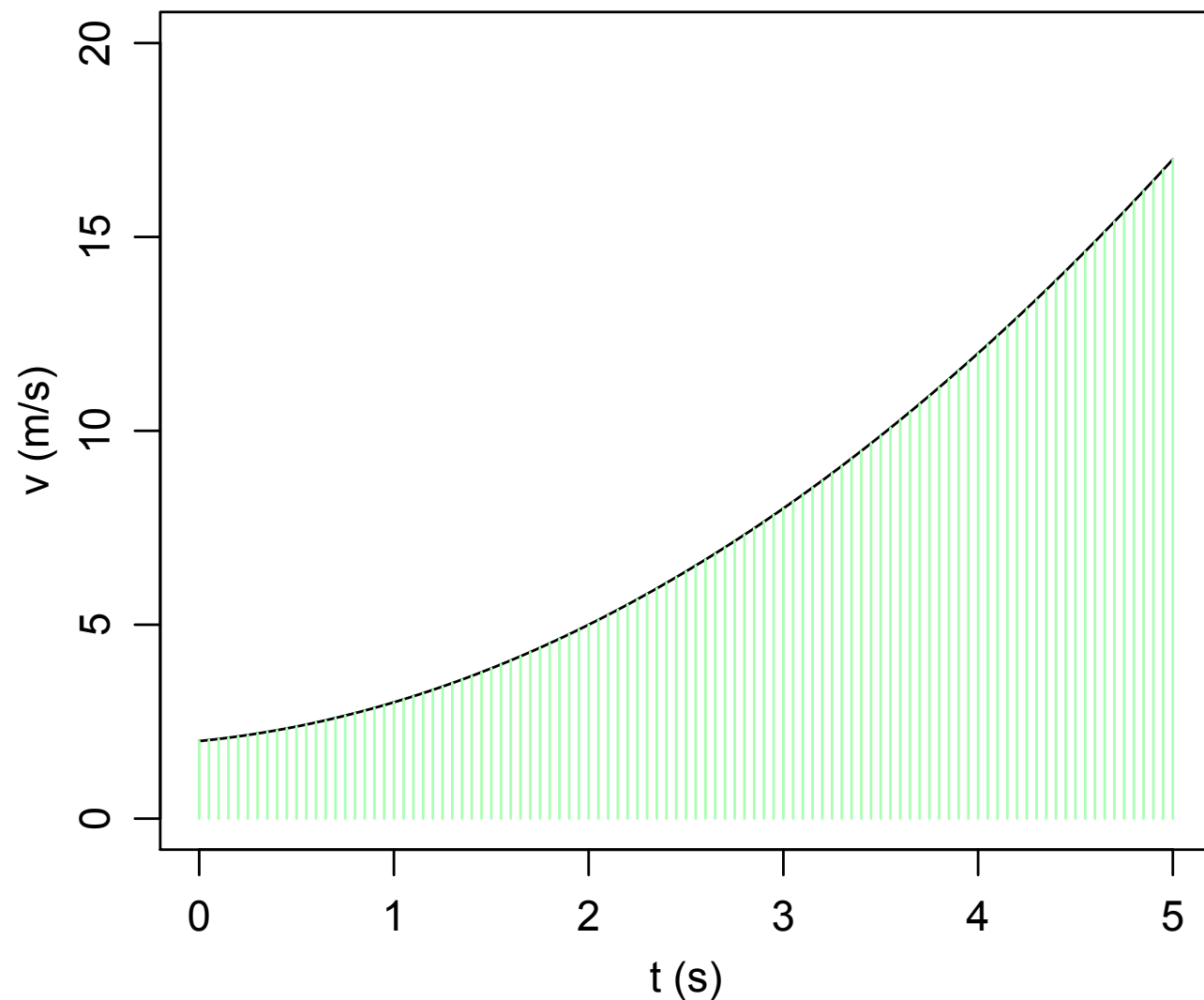
x_0 est constante, donc sa dérivée est zéro. Pour cette raison, il est impossible de la déterminer à partir de la vitesse. x_0 est une condition initiale.

Déterminer le déplacement à partir de la vitesse II : l'intégrale



Si la vitesse v_0 n'est pas constante, je divise le temps en petits segments Δt , et je considère la vitesse constante pendant ce laps de temps. La position après un certain temps t sera donc

Quelques propriétés de l'intégrale



$$\exists F(t) : F(t_0) - F(0) = \int_{t=0}^{t=t_0} v(t) dt$$

$$\frac{dF(t)}{dt} = v(t) \quad \forall t$$

$F(t)$ s'appelle la primitive de $v(t)$ dans ce cas.

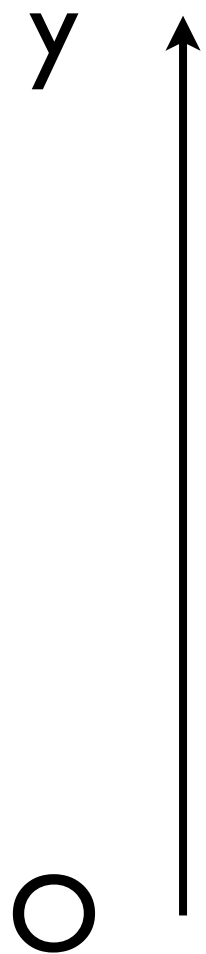
Calculer la primitive est normalement beaucoup plus difficile que calculer la dérivée.

Mouvement rectiligne uniformément accéléré

$$a(t) = a_0$$

$$v(t) = v_0 + a_0 t$$

$$y(t) = y_0 + v_0 t + \frac{a}{2} t^2$$



- Cas particulièrement important :
chute libre avec $a_0 = -9,8 \text{ m/s}^2$

Chapitres Hecht

- ch. 2.2-2.4 (vitesse scalaire, vitesse moyenne, vitesse instantanée)
- ch. 3.1-3.4 (accélération moyenne, accélération instantanée. Mouvement rectiligne uniformément accéléré)
- appendice F1: la dérivée